
Grundlagen: Algorithmen und Datenstrukturen

Abgabetermin: Jeweilige Tutorübung in der Woche vom 23. bis 27. Juni

In der Vorlesung wurden Suchbäume als sortierte Liste zusammen mit einer Navigationsstruktur (also dem eigentlichen Baum) eingeführt. Im Rahmen der Übung besteht der Einfachheit halber jeder AVL-Baum nur aus der Navigationsstruktur. Alle Ergebnisse können aber auch auf die Darstellung aus der Vorlesung (d.h. inklusive der Elementliste) übertragen werden.

Tutoraufgabe 1

- (a) Zeigen Sie mit (starker) vollständiger Induktion, dass ein Fibonacci-Baum der Stufe $h > 0$ Baumtiefe $t_h = h - 1$ besitzt.
- (b) Seien $a > b > 1$ Konstanten. Zeigen Sie, dass eine Konstante $c > 0$ existiert, sodass $a^n - b^n \geq c \cdot a^n$ für alle $n \geq 1$ gilt.

Zur Erinnerung: Fibonacci-Bäume sind spezielle AVL-Bäume, die rekursiv definiert sind:

- Ein Fibonacci-Baum der Stufe 0 ist der leere Baum.
- Ein Fibonacci-Baum der Stufe 1 besteht nur aus der Wurzel.
- Ein Fibonacci-Baum der Stufe $h \geq 2$ besteht aus der Wurzel, deren Kinder Fibonacci-Bäume der Stufen $h - 1$ und $h - 2$ sind.

Tutoraufgabe 2

Um zu zeigen, dass jeder AVL-Baum logarithmische Tiefe in der Zahl der Elemente besitzt, wurde in der Vorlesung wie folgt argumentiert:

- (i) Die Baumtiefe bei Fibonacci-Bäumen ist logarithmisch in der Zahl seiner Knoten.
- (ii) Ein Fibonacci-Baum der Tiefe t besitzt von allen AVL-Bäumen mit Tiefe t die geringste Zahl an Knoten.
- (iii) Daher hat jeder AVL-Baum logarithmische Tiefe in der Knotenzahl.

Intuitiv ist aufgrund der Konstruktionsvorschrift von Fibonacci-Bäumen (möglicherweise) leicht zu „akzeptieren“, dass diese Argumentation korrekt ist. Aber stimmt sie tatsächlich? Führen Sie die Argumentation detailliert aus.

Tutoraufgabe 3

Gegeben sei ein AVL-Baum der nur aus einem Knoten mit Schlüssel 10 besteht. Fügen Sie nacheinander die Schlüssel 5, 17, 3, 1, 4 ein. Löschen Sie dann den Schlüssel 4, und fügen Sie dann die Schlüssel 8, 2, 7, 6, 9 ein. Löschen Sie dann die Knoten mit den Schlüsseln 2, 1, 8. Zeichnen Sie den AVL-Baum für jede Einfüge- bzw. Löschoperation und geben Sie an, ob Sie keine, eine Einfach- oder Doppelrotation durchgeführt haben.

Hausaufgabe 1

Veranschaulichen Sie das Vorgehen des RadixSort-Algorithmus anhand der folgenden Wörter:

alt, hort, kalt, bar, sport, spalt, ort, stall, spart, speer, bart

Verwenden Sie die lexikographische Sortierung. Dabei sei das Leerzeichen \square lexikographisch kleiner als jeder andere Buchstabe. Es reicht aus, wenn sie als Alphabet die Buchstaben $\square, a, b, e, h, k, l, o, p, r, s, t$ verwenden und daher die Schlüssel $0, \dots, 11$ verwenden.

Führen Sie RadixSort jeweils einmal für die folgenden Fälle durch.

- (a) Wörter, die kürzer als das längste Wort sind, werden am vorderen Ende mit Leerzeichen aufgefüllt.
- (b) Wörter, die kürzer als das längste Wort sind, werden am hinteren Ende mit Leerzeichen aufgefüllt.

Hausaufgabe 2

Gegeben sei ein AVL-Baum der nur aus einem Knoten mit Schlüssel a besteht. Fügen Sie nacheinander die Schlüssel i, e, g, h, f, c, b, d ein. Löschen Sie dann die Knoten mit den Schlüsseln e, g, d, h, i . Die Sortierung der Schlüssel dabei lexikographisch. Zeichnen Sie den AVL-Baum für jede Einfüge- bzw. Löschoperation und geben Sie an, ob Sie keine, eine Einfach- oder Doppelrotation durchgeführt haben.

Hausaufgabe 3

Implementieren Sie den QuickSelect-Algorithmus.

Implementieren Sie in der Klasse `UISqsArray` in der Funktion `quickSelect` den QuickSelect-Algorithmus der das i -te Element in dem unsortierten Feld `A` liefert.

Verwenden Sie für Ihre Implementierung die auf der Übungswebseite bereitgestellten Klassen und verändern Sie für Ihre Implementierung *ausschließlich* die Klasse `UISqsArray`.

Achten Sie bei der Abgabe Ihrer Aufgabe darauf, dass Ihre Klasse `UISqsArray` heißt und auf den Rechnern der Linuxhalle (`lxhalle.informatik.tu-muenchen.de`) mit der bereitgestellten Datei `main_qs` kompiliert werden kann. Anderenfalls kann eine Korrektur nicht garantiert werden. Achten Sie darauf, dass Ihr Quelltext ausreichend kommentiert ist.

Schicken Sie die Lösung per Email mit dem Betreff `[GAD] Gruppe <Gruppennummer>` an Ihren Tutor.