

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

---

*Abgabetermin: 9. November 2010 vor der Vorlesung*

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Lösen Sie folgende Rekursionen mit Hilfe von Erzeugendenfunktionen:

- a)  $a_n = 3a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3}$  für  $n \geq 3$  mit  $a_0 = a_1 = a_2 = 1$ .
- b)  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  für  $n \geq 2$  mit  $a_0 = 0$  und  $a_1 = 1$
- c)  $a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$  für  $n \geq 1$  mit  $a_0 = 2$ .

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sei die Rekursionsgleichung

$$a_n = 2a_{n-1} + n \cdot 3^n \quad n \geq 1$$

mit der Anfangsbedingung  $a_0 = 0$ .

- a) Lösen Sie die Rekursion mit der Multiplikatorenmethode.
- b) Lösen Sie die Rekursionsgleichung mit Erzeugendenfunktionen.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Lösen Sie die Rekursionen

$$a_n = 5a_{n-1} - 8a_{n-2} + 4a_{n-3}$$

mit den Anfangsbedingungen  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 3$  und  $a_2 = 11$  mit Hilfe von Erzeugendenfunktionen.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es seien  $T_1$  und  $T_2$  zwei  $(a, b)$ -Bäume mit  $n_1$  bzw.  $n_2$  Knoten, so dass für alle  $x \in T_1$  und  $y \in T_2$  gilt:  $\text{key}(x) < \text{key}(y)$ . Entwerfen Sie eine Prozedur CONCATENATE, die  $T_1$  und  $T_2$  zu einem neuen  $(a, b)$ -Baum verschmilzt und deren Laufzeit  $O(\log(n_1 + n_2))$  ist.