

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

---

*Abgabetermin: 9. November 2010 vor der Vorlesung*

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie mit Induktion, dass  $n^{\frac{n}{2}} \leq n! \leq n^n$  gilt.

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Rekursionen

(a)  $a_n = a_{n-1} + 6^{n-1}$  mit  $a_0 = -15$

(b)  $a_n = -a_{n-1} + 9a_{n-2} - 11a_{n-3} + 4a_{n-4}$  mit  $a_0 = -7$ ,  $a_1 = 4$ ,  $a_2 = 40$  und  $a_3 = 0$ .

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei folgender Algorithmus zur Berechnung von  $n!$

```
r := 1
for i = 2 to n do r = r · i
```

Bestimmen sie Platzbedarf und Laufzeit im uniformen und logarithmischen Kostenmaß.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie

(a)  $\sqrt{n} \sin^2(\pi n) \in \Theta(\sqrt{n})$

(b)  $n^{(-1)^n} \in \omega\left(\frac{1}{n!}\right)$

(c)  $2^{\sqrt{\log n}} \in O(\sqrt{n})$

(d)  $n! \in O\left(\prod_{j=2}^n \left(j - \frac{1}{j}\right)\right)$