

Endterm-Klausur zu Grundlagen: Algorithmen und Datenstrukturen

Name	Vorname	Studiengang	Matrikelnummer
Hörsaal	Reihe	Sitzplatz	Unterschrift

Allgemeine Hinweise:

- Bitte füllen Sie die oben angegebenen Felder vollständig aus und unterschreiben Sie!
- Schreiben Sie nicht mit Bleistift oder in roter/grüner Farbe!
- Lösen Sie die Aufgaben auf dem freien Platz unter der Angabe (bzw. auf der Rückseite). Fordern Sie weiteres Papier von der Klausuraufsicht, falls Ihnen der Platz nicht ausreicht.
- Als Hilfsmittel ist ausschließlich ein handbeschriebenes DinA4-Blatt zugelassen. Bei Missachtung wird die gesamte Klausur mit null Punkten bewertet.
- Die Arbeitszeit beträgt 60 Minuten.
- Prüfen Sie, ob Sie alle 8 Seiten erhalten haben.

Aufgabe 1 [5 Punkte]

Kreuzen Sie pro Teilaufgabe höchstens ein Kästchen an. Für ein falsches Kreuz gibt es einen halben Minuspunkt, für ein richtiges einen halben Pluspunkt. Wenn Sie kein Kreuz setzen, bekommen Sie auch keine Punkte. Eine negative Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe wird zu 0 aufgerundet. Maximieren Sie Ihre Punktzahl!

- a) Bei dem Feld $[1, 4, 2, 6, 8, 3, 5, 9, 7]$ handelt es sich um die Array-Repräsentation eines binären Heaps. Richtig Falsch
- b) Die worst-case-Laufzeit von Quicksort ist $\mathcal{O}(n \log n)$. Richtig Falsch
- c) Die Laufzeit von *merge* auf binären Heaps mit jeweils n Elementen ist in $\mathcal{O}(\log n)$. Richtig Falsch
- d) Ein Binomial-Heap ist eine verkettete Liste von unterschiedlichen binären Heaps. Richtig Falsch
- e) Eine einfache Breitensuche reicht, um in gewichteten azyklischen Graphen kürzeste Wege zu berechnen. Richtig Falsch
- f) Jeder vergleichsbasierte Sortieralgorithmus braucht im worst case mindestens $\Omega(n \log n)$ Schritte, um eine Folge von n Elementen zu sortieren. Richtig Falsch
- g) Jeder minimale Spannbaum in einem ungerichteten Graphen G enthält einen kürzesten Weg (bezüglich G) für jedes Knotenpaar. Richtig Falsch
- h) In externen Datenstrukturen geht es darum, die Anzahl der Blocktransfers zwischen internem und externem Speicher möglichst gering zu halten. Richtig Falsch
- i) Wenn sichergestellt ist, dass zu jedem Zeitpunkt alle Elemente in der Bucket Queue um höchstens d auseinanderliegen, dann arbeitet die Bucket Queue auf einem Array der Größe $d + 1$ immer korrekt. Richtig Falsch
- j) Die folgenden Definitionen sind identisch:
- (a) Eine Hashingstrategie ist perfekt, wenn jede Array-position höchstens ein Element enthält.
- (b) Eine Hashingstrategie ist perfekt, wenn keinen zwei Elementen der gleiche Hash-Wert zugeordnet wird.
- Richtig Falsch

Aufgabe 2 [12 Punkte] Sortieralgorithmen

Geben Sie für folgende Sortier-Algorithmen die Laufzeit im durchschnittlichen und schlechtesten Fall (average und worst case) in Abhängigkeit von der Länge n der Eingabesequenz an.

Welche Laufzeit haben die Algorithmen bei einer bereits sortierten Eingabesequenz der Länge n ? (Bei *QuickSort* wählen Sie als Pivotelement jeweils das mittlere Element.)

- a) *SelectionSort*
- b) *InsertionSort*
- c) *MergeSort*
- d) *QuickSort*

	average case	worst case	sortierte Eingabesequenz
<i>SelectionSort</i>			
<i>InsertionSort</i>			
<i>MergeSort</i>			
<i>QuickSort</i>			

Aufgabe 3 [5 Punkte] **Hashing with Linear Probing**

- a) Illustrieren Sie Hashing with Linear Probing, indem Sie in eine leere Hashtabelle der Größe 11 die Werte

3, 11, 9, 7, 14, 23, 4, 12, 8, 15, 0

in dieser Reihenfolge einfügen. Als Hashfunktion benutzen Sie dazu

$$h_5(x) = 5 \cdot x \pmod{11}$$

(Geben Sie nur das Ergebnis an.)

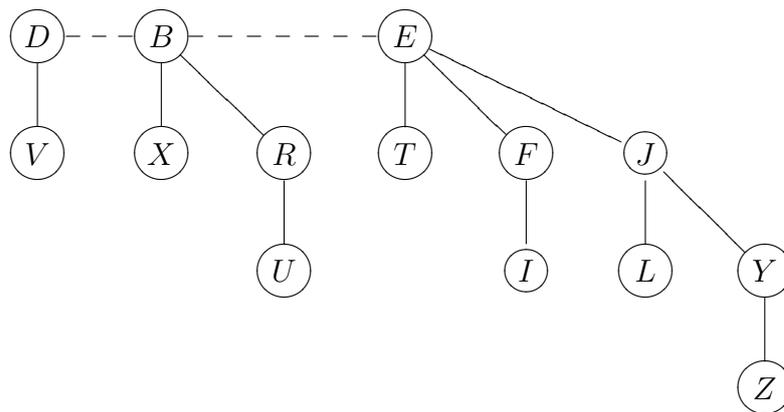
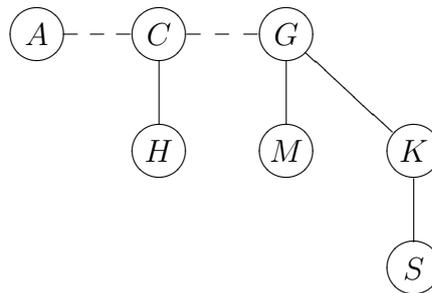
- b) Erläutern Sie das Einfügen des letzten Wertes.
- c) Führen Sie auf der Hashtabelle aus Aufgabenteil a) die Operation `remove(11)` durch. (Geben Sie gegebenenfalls auch Zwischenschritte an.)

Aufgabe 4 [9 Punkte] Heaps

- a) Stellen Sie den folgenden in Array-Repräsentation gegebenen **Binär**-Heap graphisch dar:

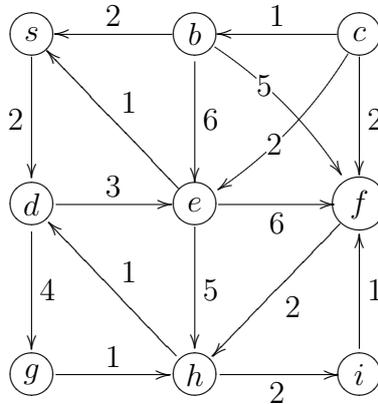
[3, 4, 5, 8, 7, 11, 6, 10, 22, 13, 74]

- b) Wenden Sie auf diesen **Binär**-Heap zunächst die Funktion `insert(9)` und dann die Funktion `deleteMin()` an.
- c) Wenden Sie die Funktion `merge` auf die beiden folgenden **Binomial**-Heaps an. (Die Einträge sind lexikographisch geordnet.)

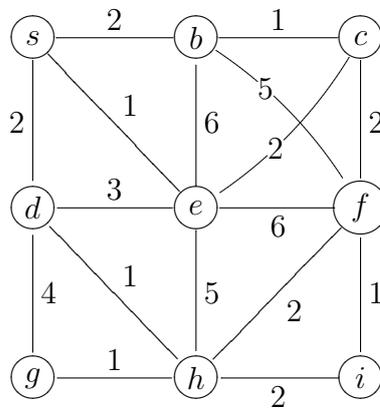


Aufgabe 6 [6 Punkte] Graphalgorithmen

Gegeben sei folgender gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Kostenfunktion:

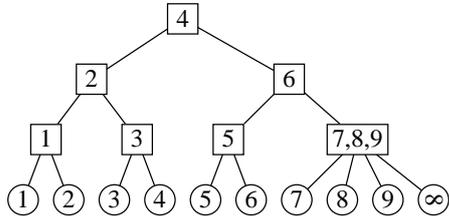


- a) Bestimmen Sie die kürzesten Wege ausgehend vom Knoten s , geben Sie dazu die Distanzen $\mu(s, v)$ für alle Knoten $v \in V$ an.
 Markieren Sie die kürzesten Pfade im Graph oder geben Sie die entsprechende **parent**-Tabelle an.
- b) Geben Sie einen minimalen Spannbaum für die ungerichtete Form des Graphen G an.



Aufgabe 7 [6 Punkte] (a, b) -Baum

- a) Löschen Sie aus dem folgenden $(2, 4)$ -Baum das Element 1. (Zeichnen Sie nur den Ergebnisbaum.)



- b) Fügen Sie in den entstandenen Baum erst das Element 1 und dann das Element 42 ein. (Zeichnen Sie beide resultierenden Bäume.)