

Abgabe: 3.07. - 10.07.08 (nach der Vorlesung)

## Übung Grundlagen: Algorithmen und Datenstrukturen

### Aufgabe 12.1 [10 Punkte] Kürzeste Wege

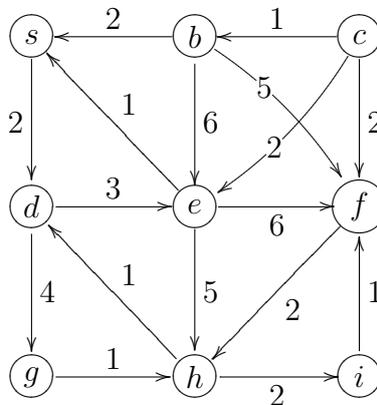
- Zeigen Sie, dass in einem Graphen alle Teilpfade eines kürzesten Weges auch wieder kürzeste Wege zwischen den entsprechenden Knoten sind.
- Gegeben sei ein Graph mit  $n$  Knoten, der keine Kreise negativer Länge besitzt. Angenommen von einem Knoten  $s$  sind alle anderen Knoten erreichbar.

Zeigen Sie, dass man in dem Graphen einen an  $s$  gewurzelten Baum finden kann, so dass jeder (gerichtete) Teilpfad dieses Baums ein kürzester Pfad zwischen seinen Endknoten ist.

*Hinweis:* Nehmen Sie zunächst an, alle kürzesten Pfade wären eindeutig und betrachten Sie den Teilgraph bestehend aus allen kürzesten Pfaden, die bei  $s$  beginnen. Zeigen Sie, dass dieser Teilgraph ein Baum ist und erweitern Sie die Argumentation auf den Fall, wenn kürzeste Pfade nicht eindeutig sind.

### Aufgabe 12.2 [6 Punkte] Graphalgorithmen

Gegeben sei folgender gerichteter Graph  $G = (V, E)$  mit Kostenfunktion:

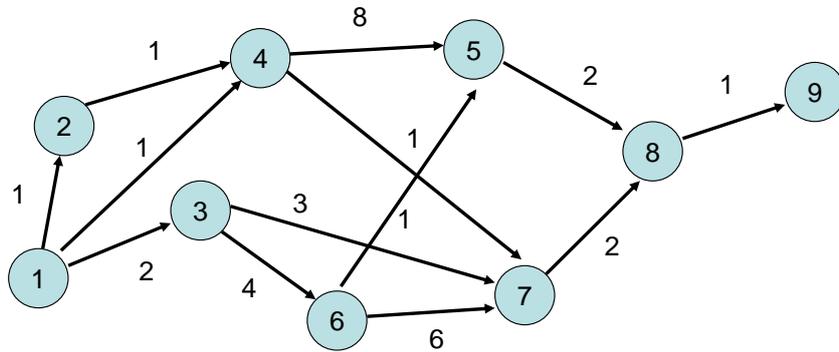


Bestimmen Sie die kürzesten Wege ausgehend vom Knoten  $s$ , geben Sie dazu die Distanzen  $\mu(s, v)$  für alle Knoten  $v \in V$  an.

Markieren Sie die kürzesten Pfade im Graph oder geben Sie die entsprechende **parent**-Tabelle an.

**Aufgabe 12.3** [6 Punkte] **DAGs**

Gegeben sei folgender DAG:



Bestimmen Sie den kürzesten Weg von Knoten 1 nach 9 mittels topologischer Sortierung!