
Randomisierte Algorithmen

Abgabetermin: 30.11.2007 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Formulieren Sie das kombinatorische Optimierungsproblem zu dem MAXIMUM INDEPENDENT SET Problem und begründen Sie die Korrektheit.

Instanz: Wir haben einen ungerichteten Graph $G = (V, E)$

Teilmenge $U \subseteq V$ heißt INDEPENDENT SET, wenn es keine Kante $\{v, w\} \in E$ gibt mit $v, w \in U$. Für das MAXIMUM INDEPENDENT SET Problem wollen wir $|U|$ maximieren.

Aufgabe 2

Formulieren Sie das kombinatorische Optimierungsproblem zu dem RUCKSACK PROBLEM und begründen Sie die Korrektheit.

Instanz: Wir haben eine Menge von n Objekten mit Gewichten $w_1, \dots, w_n \in \mathbb{R}_+$ und Werten $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}_+$. Dazu haben wir auch noch eine Kapazität $W \in \mathbb{R}_+$. Wir wollen eine Teilmenge $U \subseteq \{1, \dots, n\}$ finden, so dass $\sum_{i \in U} w_i \leq W$ und $\sum_{i \in U} v_i$ maximal ist.

Aufgabe 3

Betrachten Sie wieder das MAXSAT Problem (Kapitel 4.2 aus dem Skript).

Angenommen, Φ hat Klauseln der Länge $k \geq 2$.

Eine gültige Lösung für das zugehörige LP ist: $\forall_{i \in [1, n]} \hat{x}_i = \frac{1}{2}$ ($\sum_{i=1}^m \hat{z}_i = m$).

Wende randomisiertes Runden an und:

a: Zeige: $Pr[C_j \text{ is erfüllt}] \geq 1 - \frac{1}{2^{k_j}}$

b: Leite davon die Approximationsgüte in Abhängigkeit von k ab.

Aufgabe 4

Betrachten Sie wieder das MAXSAT Problem (Kapitel 4.2 aus dem Skript).

Zeigen Sie, dass man mit einer Rundungswahrscheinlichkeit von $\Pi(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ eine Approximationsgüte von $\frac{4}{3}$ erreichen würde.