

---

## Randomisierte Algorithmen

---

Abgabetermin: 23.11.2007 (vor der Vorlesung)

### Aufgabe 1

**Lemma 3.8** (Kapital 3, Seite 8):

*Für Konsistentes Hashing gilt, dass der Bereich im  $[0,1)$ -Intervall, für den Knoten  $v \in V$  ( $|V| = n$ ) im System verantwortlich ist, hat eine erwartete Grösse von  $\frac{1}{n}$ .*

Geben Sie einen formalen Beweis für das Lemma an.

### Aufgabe 2

Für **Konsistentes Hashing** (Kapital 3, Seiten 7-9) gilt das Folgende:

- a. Für  $k = 1$  ( $k$  ist die Anzahl der Hashfunktionen) gibt es erwartungsgemäss Knoten mit einem Bereich von  $\Theta(\frac{1}{n^2})$  sowie einem Bereich von  $\Theta(\frac{\log n}{n})$  im  $[0,1)$ -Intervall.
- b. Für  $k = \Theta(\log n)$  ( $k$  ist die Anzahl der Hashfunktionen) gilt, dass sich die Bereiche der Knoten mit hoher Wahrscheinlichkeit nur um einen konstanten Faktor unterscheiden.

Beweisen Sie beide Aussage.

### Aufgabe 3

**Lemma 3.13** (Kapital 3, Seite 11):

*SHARE ist 2-kompetitiv.*

Geben Sie einen formalen Beweis für das Lemma. Die Beschreibung des SHARE Algorithmus finden Sie im Kapitel 3, Seiten 9-11. Die Definition von  $c$ -kompetitiv wird im Kapitel 3, Seite 6 gegeben (unter dem Titel *Adaptivität*).