

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

---

Abgabetermin: 30.11.2007 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Implementieren Sie das zweistufige Hashverfahren von Fredman, Komlós und Szemerédi einschließlich einer ISELEMENT-Funktion.

Das Universum der Schlüsselmenge sei  $U = \{0, 1, \dots, p - 1\}$  mit  $p = 2147483647$ . Verwenden Sie die Klasse aller Hashfunktionen  $h_{a,b}: U \rightarrow \{0, 1, \dots, n - 1\}$  mit

$$h_{a,b}(x) = ((a \cdot x + b) \bmod p) \bmod n \quad \text{für alle } x \in U,$$

wobei  $0 < a < p$  und  $0 \leq b < p$ .

Die zu speichernde Schlüsselmenge  $S$  sei in einer Datei enthalten, deren Name Sie beim Aufruf angeben. Die erste Zeile dieser Datei soll den Wert  $n$ , die zweite Zeile die Kardinalität der Schlüsselmenge  $S$  enthalten. Jede weitere Zeile enthält genau einen Schlüssel.

Erzeugen Sie Schlüsselmenge unterschiedlicher Größe und testen Sie Ihre Implementierung damit. Senden Sie anschließend den Quelltext sowie Ihre Testdaten per Email an [baumgart@in.tum.de](mailto:baumgart@in.tum.de).

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie eine Folge von  $m$  ACCESS-Operationen für eine Liste der Länge  $n$  an, welche die Transpose-Heuristik (TR) verwendet, an, so dass die amortisierten Kosten pro ACCESS-Operation  $\Omega(n)$  sind.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Wir modifizieren die Move-to-Front-Heuristik derart, dass ein zugegriffenes Element an Position  $k$  nicht an den Anfang der Liste, sondern nur den halben Weg nach vorn, genauer an Position  $\lceil \frac{k+1}{2} \rceil$ , gebracht wird (MHF-Heuristik). Zeigen Sie, dass

$$C_{MHF}(s) \leq 2(2C_A(s) + X_A(s) - F_A(s) - m)$$

für jede Folge  $s$  von Zugriffsoperationen der Länge  $m$  gilt.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

- Zeigen Sie, dass die Länge eines kürzesten Weges von der Wurzel zu einem Blatt in einem Leftist-Baum mit  $n$  Knoten höchstens  $\lceil \log(n + 1) \rceil$  ist.
- Beschreiben Sie einen Algorithmus, der zwei Leftist-Bäume  $T_1$  und  $T_2$ , in denen jeweils die Heapbedingung gilt und deren Schlüsselmenge disjunkt sind, zu einem Leftist-Baum  $T$  vereinigt. Analysieren Sie die Laufzeit dieser MERGE-Operation.

*Hinweis:* Nehmen Sie an, dass Sie für jeden Knoten  $x$  eines Leftist-Baumes die Länge eines kürzesten Weges zu einem Blatt kennen.