
Informatik IV

Abgabetermin: 26.05.2006 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Konstruieren Sie für folgenden deterministischen endlichen Automaten einen äquivalenten DEA mit einer minimalen Anzahl von Zuständen:

$$A = (\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{a, b\}, \delta, 0, \{6\})$$

mit folgender Zustandsübergangsfunktion:

| q | $\delta(q, a)$ | $\delta(q, b)$ |
|-----|----------------|----------------|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 4 | 5 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 |
| 4 | 6 | 3 |
| 5 | 6 | 0 |
| 6 | 6 | 2 |

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) Die Sprache

$$L_1 = \{a^{(k^3)}; k \in \mathbb{N}_0\}$$

ist kontextfrei.

- (b) Die Sprache

$$L_2 = \{a^i b^j c^k, \quad i < j < k \in \mathbb{N}\}$$

ist kontextfrei.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G mit den folgenden Produktionen:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Z \mid \epsilon \\ X &\rightarrow aXZ \mid aX \mid a \\ Y &\rightarrow ZbZ \mid Zb \mid bZ \mid X \mid b \mid bb \\ Z &\rightarrow XZY \mid XY \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie eine Grammatik in Chomsky-Normalform an, die die gleiche Sprache erzeugt.

- (b) Entscheiden Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die Wörter $aabaa$ und $abab$ in der Sprache enthalten sind.

Geben Sie ggf. einen Ableitungsbaum an.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Wir definieren einen deterministischen endlichen Zweiwege-Automaten (2DFA) als Quintupel $M = (Q, \Sigma', \delta, q_0, F)$, wobei Q die Zustandsmenge, $\Sigma' = \Sigma \uplus \{\$, \$r\}$ das Bandalphabet, $\delta : Q \times \Sigma' \rightarrow Q \times \{L, R\}$ die Zustandsübergangsfunktion, q_0 der Startzustand und F die Menge der akzeptierenden Zustände ist. Wir betrachten Eingaben der Form $\$lw\r , $w \in \Sigma^*$. Falls der Automat im Zustand q ist, das Zeichen a gelesen wird und $\delta(q, a) = (q', X)$, dann geht M in den Zustand q' über und der Lesekopf bewegt sich um eine Position nach links bzw. rechts, je nachdem, ob $X = L$ oder $X = R$. Nicht erlaubt sind Übergänge, die den Kopf links über $\$l$ bzw. rechts über $\$r$ hinaus bewegen würden. Des Weiteren nehmen wir o.B.d.A. an, dass M nur akzeptiert, wenn dann der Lesekopf über $\$r$ steht.

Das Eingabeband besteht aus Feldern $F_0F_1 \dots F_{k+1}$ (k ist die Länge der Eingabe w) und ist mit $\$lw\r beschrieben. Wir betrachten Kreuzungsfolgen bei 2DFAs, die wie folgt definiert sind: Zu jedem Zwischenraum zwischen zwei Feldern F_iF_{i+1} des Eingabebandes definieren wir die dazugehörige Kreuzungsfolge c_i als die Folge der Zustände q' , die entstehen, wenn der Lesekopf über Feld F_i steht, $\delta(q, T_i) = (q', R)$ gilt, wobei T_i das Zeichen ist, das in dem Feld F_i enthalten ist, oder entsprechend für den Fall, dass der Lesekopf über Feld F_{i+1} steht, $\delta(q, T_{i+1}) = (q', L)$ gilt, wobei T_{i+1} das im Feld F_{i+1} enthaltene Zeichen ist.

- (a) Zeigen Sie, dass alle Kreuzungsfolgen endlich sind, falls der 2DFA terminiert. Begründen Sie, warum $|c_i| \leq 2|Q| - 1$ gilt.
- (b) Zeigen Sie: Jede Sprache die von einem 2DFA erkannt wird, ist regulär (Hinweis: Fassen Sie die Kreuzungsfolgen als Zustände eines NFA auf). Gilt auch die Umkehrung?