Technische Universität München Institut für Informatik Lehrstuhl für Theoretische Informatik und Grundlagen der Künstlichen Intelligenz Prof. Dr. Dr. h.c. Wilfried Brauer Wintersemester 2004/05 Diskrete Strukturen I Übungsblatt 11 19. Januar 2005 Sebastian Wernicke

#### Diskrete Strukturen I

## 39. Gradgleichheit

Zeigen Sie, daß es in jedem Graphen  $G=(V,E), |V|\geq 2$ , zwei Knoten  $x,y\in V$  gibt, mit deg(x)=deg(y).

#### 40. Färbeformel

Zeigen Sie: Ist G = (V, E) ein k-regulärer Graph, dann gilt

$$\chi(G) \ge \frac{|V|}{(|V| - k)}.$$

# 41. Baumaussagen

Es sei G=(V,E) ein Graph mit |V|=n Knoten und |E|=m Kanten. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- a) G ist ein Baum.
- b) G ist zusammenhängend und es gilt m = n 1.
- c) G ist kreisfrei und es gilt m = n 1.
- d) G ist (kanten-)maximal kreisfrei. (D.h., G ist kreisfrei und für alle Kanten  $e \in \binom{V}{2} \setminus E$  enthält der Graph  $(V, E \cup \{e\})$  einen Kreis.)
- e) G ist (kanten-)minimal zusammenhängend. (D.h., G ist zusammenhängend und für alle Kanten  $e \in E$  ist der Graph  $(V, E \setminus \{e\})$  nicht mehr zusammenhängend.)
- f) Je zwei Knoten aus V sind in G durch genau einen Pfad verbunden.

### 42. Baumnachbarschaften

Zeigen Sie, dass jeder Baum T=(V,E) mit  $deg(v)\neq 2$  für alle  $v\in V$  und  $|V|\geq 3$  einen Knoten  $v_0\in V$  enthält, der zu mindestens zwei Blättern benachbart ist.