
Einführung in die Informatik IV

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Konstruieren Sie zu dem regulären Ausdruck $(1 + 0 + 11)(\epsilon + 000 + 011)(11)^+$ einen nicht-deterministischen endlichen Automaten (ohne ϵ -Übergänge).

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sind reguläre Sprachen unter unendlicher Vereinigung abgeschlossen (mit Begründung)?

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Sprachen regulär sind; beweisen Sie Ihre Antwort (geben Sie im positiven Fall einen DEA an).

- (a) $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \#_0(w) \neq \#_1(w)\}$, wobei $\#_a(w)$ = Anzahl der a 's im Wort w ;
- (b) $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält nicht '010' als zusammenhängendes Teilwort}\}$;
- (c) $L = \{0^n \mid n \text{ ist eine Primzahl}\}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Sei G eine kontextfreie Grammatik und $w \in L(G)$ ein Wort der Länge n . Geben Sie die maximale Länge einer Ableitung für w an, wenn

- (a) G in Chomsky-Normalform ist;
- (b) G in Greibach-Normalform ist.

Aufgabe 5 (25 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$, wobei

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow AA \mid AB \mid AC, \\ & A \rightarrow a \mid AC \mid BC, \\ & B \rightarrow b \mid BB \mid CC, \\ & C \rightarrow c \mid AC \} \end{aligned}$$

und $w_1 = acccbacc$, $w_2 = ababc$.

- (a) Gilt $w_1, w_2 \in L(G)$ (ev. CYK Algorithmus)? Wenn ja, geben Sie eine Ableitung an. Ist die Grammatik eindeutig?

(b) Überführen Sie die Grammatik $(\{A_1, A_2\}, \{a, b\}, P', A_1)$,

$$P' = \{A_1 \rightarrow a|A_1A_1|A_2A_1, \\ A_2 \rightarrow b|A_1A_2\},$$

in Greibach-Normalform (mit Zwischenschritten).

Aufgabe 6 (15 Punkte)

Sei $L = \{0^n1^n | n \in \mathbb{N}\}$. Die Äquivalenzrelation \equiv_L ist wie folgt definiert: $x \equiv_L y$ genau dann, wenn $(\forall z \in \{0, 1\}^*) [xz \in L \iff yz \in L]$. Geben Sie die Äquivalenzklassen von $\{0, 1\}^*$ bezüglich \equiv_L an.

Aufgabe 7 (20 Punkte)

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei ($b_i =$ Binärdarstellung von i)? Beweisen Sie Ihre Antwort.

(a) $L = \{b_i c b_{i+1}^R | i \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0, 1\}^* c \{0, 1\}^*$;

(b) $L = \{b_i c b_{i+1} | i \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0, 1\}^* c \{0, 1\}^*$.